

DEVOIR MAISON (Mécanique Quantique PC/PIE)
 (les données sont au verso, durée conseillée 1h30)

I. Mur de Planck (6 pts)

1. **1pt** A quelle grandeur physique correspond la constante de Planck h ? Quelle est sa dimension physique?
2. **2pts.** On note G la constante gravitationnelle et c la vitesse de la lumière. A partir des trois constantes fondamentales G , c et h construisez, par analyse dimensionnelle, des grandeurs physiques homogènes à
 - a) un temps T_P
 - b) une longueur L_P
 - c) une masse M_P
 - d) une énergie E_P
3. **2 pts.** Calculer la valeur numérique de chacune de ces grandeurs.
4. **1pt.** Grâce à l'analyse dimensionnelle montrez que la constante de Planck peut s'écrire comme le produit de deux grandeurs physiques que l'on identifiera.

II. Dualité onde-corpuscule (5 pts)

1. **1pt.** Rappeler la relation de Louis de Broglie et son interprétation physique.
2. **1pt** Cette relation s'applique à quelle type de particule, matérielle (avec masse, par exemple électron, proton...etc) ou immatérielle (sans masse, par exemple photon)?
3. **1 pt** Quelle est la longueur d'onde d'un électron de 2 keV d'énergie cinétique? Même question s'il s'agit d'un proton.
4. **1 pt** Quelle est la longueur d'onde d'un photon de 2 keV d'énergie?
5. **1 pt.** On souhaite étudier un cristal dont le paramètre de maille est $a=6 \text{ \AA}$; laquelle de ces trois particules faut-il utiliser ?

III. Atome d'Hydrogène (5 pts)

On s'intéresse à la série de Brackett de l'atome d'hydrogène. Elle est associée aux transitions des niveaux $p > 4$ vers le niveau $n = 4$.

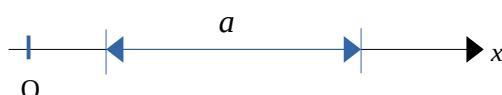
1. **1pt.** Faire un diagramme montrant ces transitions. Calculer la valeur de l'énergie du niveau d'arrivée $n = 4$. L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène étant de 13.6 eV.
2. **2pts.** Montrez que les longueurs d'ondes d'émission de la série de Brackett sont données par

$$\lambda_p = \lambda_0 \frac{1}{1 - 16/p^2}$$

3. **1pt.** Déterminer la valeur de λ_0
4. **1pt.** Calculer les 3 plus grandes longueurs d'ondes d'émission de la série. Dans quelle gamme se situent-elles ?

IV. Quantification de l'énergie (4 pts)

Un électron de masse m_e est astreint à un mouvement d'oscillation périodique d'aller-retour sur une distance a et à vitesse constante v (en module).



On énonce la règle de quantification de Bohr-Sommerfeld à une dimension : pour une trajectoire périodique, l'intégrale sur une période de la trajectoire est quantifiée selon $\oint pdx = nh$, avec p l'impulsion (ou quantité de mouvement) de la particule et n nombre un entier non nul.

1. **1pt.** Rappeler la relation entre impulsion (ou quantité de mouvement) et vitesse.
2. **1pt.** Appliquer la règle de quantification de Bohr-Sommerfeld et en déduire les valeurs quantifiées de p ? Quelles valeurs quantifiées prend alors la vitesse v ?

3. 2 pts. Montrer alors que l'énergie cinétique de l'électron est également quantifiée et vaut

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2 m_e a^2}$$

où $\hbar = h/2\pi$ est la constante de Planck réduite

Constante de Planck $h = 6,62607015 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Vitesse de la lumière dans le vide $c = 299792458 \text{ m.s}^{-1}$

Constante gravitationnelle $G = 6,674 \ 30 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$

masse de l'électron $m_e = 9,109 \ 38 \times 10^{-31} \text{ kg}$

masse du proton $m_p = 1,672 \ 62 \times 10^{-27} \text{ kg}$