

DEVOIR MAISON (Mécanique Quantique PC/PIE)  
(les données sont au verso, durée conseillée 1h30)

**I. Mur de Planck (6 pts)**

1. **1pt** A quelle grandeur physique correspond la constante de Planck  $h$  ? Quelle est sa dimension physique?
2. **2pts.** On note  $G$  la constante gravitationnelle et  $c$  la vitesse de la lumière. A partir des trois constantes fondamentales  $G$ ,  $c$  et  $h$  construisez, par analyse dimensionnelle, des grandeurs physiques homogènes à
  - a) un temps  $T_P$
  - b) une longueur  $L_P$
  - c) une masse  $M_P$
  - d) une énergie  $E_P$
3. **2 pts.** Calculer la valeur numérique de chacune de ces grandeurs.
4. **1pt.** Grâce à l'analyse dimensionnelle montrez que la constante de Planck peut s'écrire comme le produit de deux grandeurs physiques que l'on identifiera.

**II. Dualité onde-corpuscule (5 pts)**

1. **1pt.** Rappeler la relation de Louis de Broglie et son interprétation physique.
2. **1pt** Cette relation s'applique à quelle type de particule, matérielle (avec masse, par exemple électron, proton...etc) ou immatérielle (sans masse, par exemple photon)?
3. **1 pt** Quelle est la longueur d'onde d'un électron de 2 keV d'énergie cinétique? Même question s'il s'agit d'un proton.
4. **1 pt** Quelle est la longueur d'onde d'un photon de 2 keV d'énergie?
5. **1 pt.** On souhaite étudier un cristal dont le paramètre de maille est  $a = 6 \text{ \AA}$  ; laquelle de ces trois particules faut-il utiliser ?

**III. Atome d'Hydrogène (5 pts)**

On s'intéresse à la série de Brackett de l'atome d'hydrogène. Elle est associée aux transitions des niveaux  $p > 4$  vers le niveau  $n = 4$ .

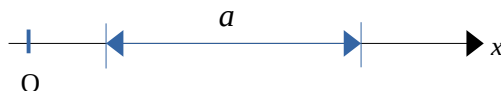
1. **1pt.** Faire un diagramme montrant ces transitions. Calculer la valeur de l'énergie du niveau d'arrivée  $n = 4$ . L'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène étant de 13.6 eV.
2. **2pts.** Montrez que les longueurs d'ondes d'émission de la série de Brackett sont données par

$$\lambda_p = \lambda_0 \frac{1}{1 - 16/p^2}$$

3. **1pt.** Déterminer la valeur de  $\lambda_0$
4. **1pt.** Calculer les 3 plus grandes longueurs d'ondes d'émission de la série. Dans quelle gamme se situent-elles ?

**IV. Quantification de l'énergie (4 pts)**

Un électron de masse  $m_e$  est astreint à un mouvement d'oscillation périodique d'aller-retour sur une distance  $a$  et à vitesse constante  $v$  (en module).



On énonce la règle de quantification de Bohr-Sommerfeld à une dimension : pour une trajectoire périodique, l'intégrale sur une période de la trajectoire est quantifiée selon  $\oint p dx = nh$ , avec  $p$  l'impulsion (ou quantité de mouvement) de la particule et  $n$  nombre un entier non nul.

1. **1pt.** Rappeler la relation entre impulsion (ou quantité de mouvement) et vitesse.
2. **1pt.** Appliquer la règle de quantification de Bohr-Sommerfeld et en déduire les valeurs quantifiées de  $p$  ? Quelles valeurs quantifiées prend alors la vitesse  $v$  ?

3. **2 pts.** Montrer alors que l'énergie cinétique de l'électron est également quantifiée et vaut

$$E_n = n^2 \frac{\pi^2 \hbar^2}{2 m_e a^2}$$

où  $\hbar = h/2\pi$  est la constante de Planck réduite

Constante de Planck  $h = 6,62607015 \times 10^{-34}$  J.s

Vitesse de la lumière dans le vide  $c = 299792458$  m.s<sup>-1</sup>

Constante gravitationnelle  $G = 6,674\ 30 \times 10^{-11}$  m<sup>3</sup> kg<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup>

masse de l'électron  $m_e = 9,109\ 38 \times 10^{-31}$  kg

masse du proton  $m_p = 1,672\ 62 \times 10^{-27}$  kg